

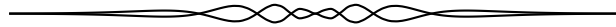
MATHEMATTIC

No. 13

The problems featured in this section are intended for students at the secondary school level.

Click here to submit solutions, comments and generalizations to any problem in this section.

*To facilitate their consideration, solutions should be received by **May 15, 2020**.*



MA61. A hexagon has consecutive angle measures of 90° , 120° , 150° , 90° , 120° and 150° . If all of its sides are 4 units in length, what is the area of the hexagon?



MA62. A positive integer n is called “savage” if the integers $\{1, 2, \dots, n\}$ can be partitioned into three sets A , B and C such that

- i) the sum of the elements in each of A , B and C is the same,
- ii) A contains only odd numbers,
- iii) B contains only even numbers, and
- iv) C contains every multiple of 3 (and possibly other numbers).

Now consider the following:

- (a) Show that 8 is a savage integer.
- (b) Prove that if n is an even savage integer, then $\frac{n+4}{12}$ is an integer.

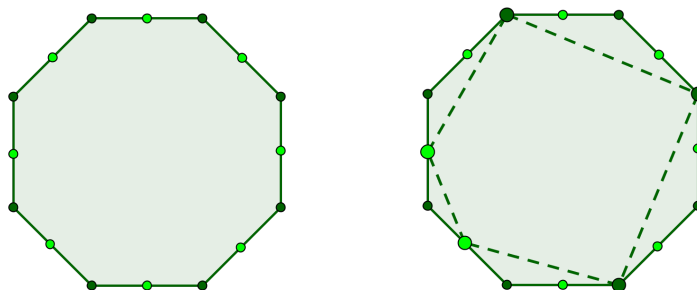
MA63. One way to pack a 100 by 100 square with 10 000 circles, each of diameter 1, is to put them in 100 rows with 100 circles in each row. If the circles are repacked so that the centres of any three tangent circles form an equilateral triangle, what is the maximum number of additional circles that can be packed?

MA64. A regular octagon is shown in the first diagram below, with the vertices and midpoints of the sides marked.

An “inner polygon” is a polygon formed by traversing the octagon in a clockwise manner, selecting some of the marked points as you go, ensuring that each side of the original octagon contains exactly one selected point. Then each selected point is connected to the next with a line segment, and the last is connected to the first to complete the inner polygon.

An example of an inner polygon is shown in the second diagram.

How many inner polygons does the regular octagon have?



MA65. There are four unequal, positive integers a , b , c , and N such that $N = 5a + 3b + 5c$. It is also true that $N = 4a + 5b + 4c$ and N is between 131 and 150. What is the value of $a + b + c$?

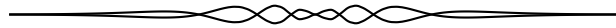
.....

Les problèmes proposés dans cette section sont appropriés aux étudiants de l'école secondaire.

Cliquez ici afin de soumettre vos solutions, commentaires ou généralisations aux problèmes proposés dans cette section.

Pour faciliter l'examen des solutions, nous demandons aux lecteurs de les faire parvenir au plus tard le **15 mai 2020**.

La rédaction souhaite remercier Rolland Gaudet, professeur titulaire à la retraite à l'Université de Saint-Boniface, d'avoir traduit les problèmes.



MA61. Un hexagone a des angles, dans l'ordre, de 90° , 120° , 150° , 90° , 120° et 150° . Si tous les côtés sont de longueur 4, quelle est la surface de l'hexagone?



MA62. Un entier positif n est dit "sauvage" si les entiers $\{1, 2, \dots, n\}$ peuvent être partitionnés en trois ensembles A , B et C de façon à ce que

- i) les sommes des éléments dans A , B et C sont les mêmes,
- ii) A contient seulement des entiers impairs,
- iii) B contient seulement des entiers pairs et
- iv) C contient tous les multiples de 3 (et possiblement d'autres nombres).

Alors:

- (a) Démontrer que 8 est un entier sauvage.
- (b) Démontrer que si n est un entier sauvage pair, alors $\frac{n+4}{12}$ est un entier.

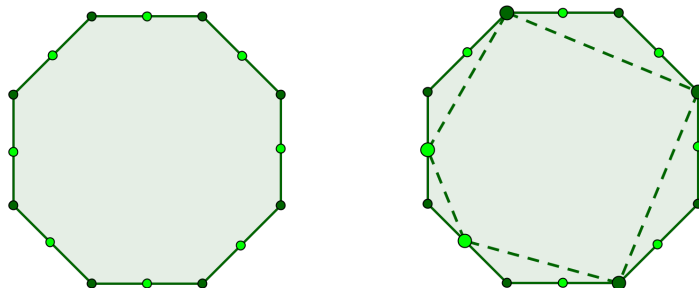
MA63. Une façon de placer 10,000 cercles de diamètre 1 dans un carré de taille 100 par 100 serait de placer 100 cercles dans chacune des 100 rangées. Si par contre on replace les cercles de façon à ce que les centres de trois cercles tangents forment un triangle équilatéral, quel est le nombre maximum de cercles additionnels pouvant être placés?

MA64. Un octagone régulier est indiqué au premier diagramme ci-bas, où sont marqués les sommets et les mi points des côtés.

Un “polygone interne” est un polygone formé en parcourant l’octagone dans le sens des aiguilles d’une montre, choisissant certains des points marqués, tout en s’assurant que chaque côté de l’octagone original contient exactement un point choisi. Et puis, chaque point choisi est relié au prochain avec un segment de ligne, le dernier étant relié au premier.

Un exemple d’un polygone interne est indiqué au deuxième diagramme.

Combien de polygones internes l’octagone a-t-il ?



MA65. Soient a , b , c et N , quatre entiers positifs distincts tels que $N = 5a + 3b + 5c$. De plus, $N = 4a + 5b + 4c$ et N se situe entre 131 et 150. Quelle est la valeur de $a + b + c$?

