THE CONTEST CORNER

No. 52

John McLoughlin

Les problèmes présentés dans cette section ont déjà été présentés dans le cadre d'un concours mathématique de niveau secondaire ou de premier cycle universitaire, ou en ont été inspirés. Nous invitons les lecteurs à présenter leurs solutions, commentaires et généralisations pour n'importe quel problème. S'il vous plaît vous référer aux règles de soumission à l'endos de la couverture ou en ligne.

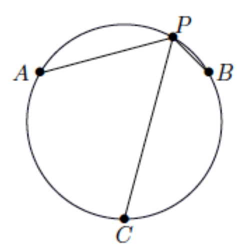
Pour faciliter l'examen des solutions, nous demandons aux lecteurs de les faire parvenir au plus tard le **1er octobre 2017**.

La rédaction souhaite remercier Rolland Gaudet, professeur titulaire à la retraite à l'Université de Saint-Boniface, d'avoir traduit les problèmes.

CC256. Tous les sommets d'un polygone P se situent à des points à coordonnées entières dans le plan (c'est-à-dire, les deux coordonnées sont entières), et les côtés de P ont tous une longueur entière. Démontrer que le périmètre de P doit être pair.

CC257. On vous affirme qu'il est possible de déterminer S, un sous ensemble des entiers non négatifs, de façon à ce que tout entier non négatif peut être représenté uniquement sous la forme $x + 2y$ avec $x, y \in S$. Démontrer cette affirmation, ou démontrer le contraire.

CC258. Les trois points A, B et C au schéma ci-bas sont les sommets d'un triangle équilatéral. À partir d'un point P sur le cercle passant par A, B et C, considérer les trois distances AP, BP et CP. Démontrer que la somme des deux plus petites de ces distances égale la troisième.



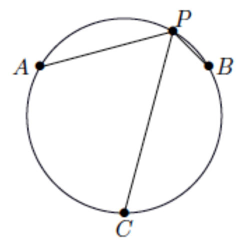
CC259. Si on vous fournit la surface A et le périmètre P d'un rectangle, cette information suffit-elle pour déterminer les longueurs des côtés ?

CC260. Supposons l'existence d'un dé à 9 faces, construit de façon à ce que, lorsqu'il est lancé, chacune des faces (numérotées de 1 à 9) intervient avec probabilité égale. Déterminer la probabilité qu'après n lancers du dé, le produit de tous les nombres obtenus est divisible par 14.

CC256. All vertices of a polygon P lie at points with integer coordinates in the plane (that is to say, both their co-ordinates are integers), and all sides of P have integer lengths. Prove that the perimeter of P must be even.

CC257. It is asserted that one can find a subset S of the nonnegative integers such that every nonnegative integer can be written uniquely in the form $x+2y$ for $x, y \in S$. Prove or disprove the assertion.

CC258. The three points A, B and C in the diagram are vertices of an equilateral triangle. Given any point P on the circle containing A, B and C, consider the three distances AP, BP and CP. Prove that the sum of the two shorter distances gives the longer distance.



CC259. If you are told that a rectangle has area A and perimeter P, is that sufficient information to determine its side lengths?

CC260. Assume you have a 9-faced die, appropriately constructed so that when the die is thrown, each of the faces (which are numbered 1 to 9) occurs with equal probability. Determine the probability that after n throws of the die, the product of all the numbers thrown will be divisible by 14.

CONTEST CORNER SOLUTIONS

Les énoncés des problèmes dans cette section paraissent initialement dans 2016: 42(2), p. 50–52.

CC206. A rectangle $ABCD$ has diagonal of length d. The line AE is drawn perpendicular to the diagonal BD. The sides of the rectangle $EFCG$ have lengths n and 1. Prove that $d^{2/3} = n^{2/3} + 1$.

Originally Question 2, Part B of the 1996 COMC paper (First Canadian Open Mathematics Challenge).

We received eleven correct solutions and present the solution by Ángel Plaza.