THE CONTEST CORNER

No. 43

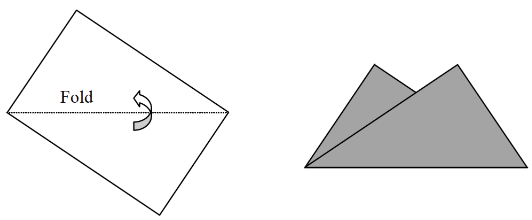
John McLoughlin

The problems featured in this section have appeared in, or have been inspired by, a mathematics contest question at either the high school or the undergraduate level. Readers are invited to submit solutions, comments and generalizations to any problem. Please see submission guidelines inside the back cover or online.

To facilitate their consideration, solutions should be received by the editor by **January 1, 2017**, *although late solutions will also be considered until a solution is published.*

The editor thanks Rolland Gaudet, retired professor of Université de Saint-Boniface in Winnipeg, for translations of the problems.

CC211. A rectangular sheet of paper whose dimensions are 12×18 is folded along a diagonal, which creates the M-shaped region drawn at the right. Find the area of the shaded region.



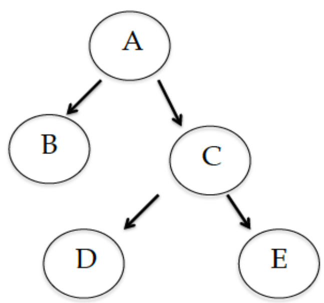
CC212. A cube that is one inch wide has had its eight corners shaved off. The cube's vertices have been replaced by eight congruent equilateral triangles, and the square faces have been replaced by six congruent octagons. If the combined area of the eight triangles equals the area of one of the octagons, what is that area? (Each octagonal face has two different edge lengths that occur in alternating order.)

CC213. A pyramid is built from solid unit cubes that are stacked in square layers. The top layer has $1 \times 1 = 1$ cube, the second $3 \times 3 = 9$ cubes and the layer below that has $5 \times 5 = 25$ cubes, and so on, with each layer having two more cubes

on a side than the layer above it. The pyramid has a total of 12 layers. Find the exposed surface area of this solid pyramid, including the bottom.

CC214. The points $(2, 5)$ and $(6, 5)$ are two of the vertices of a regular hexagon of side length two on a coordinate plane. There is a line L that goes through the point $(0, 0)$ and cuts the hexagon into two pieces of equal area. What is the slope of line L?

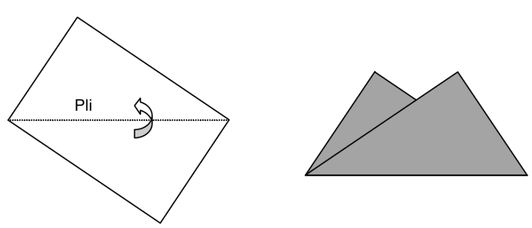
CC215. Each circle in this tree diagram is to be assigned a value, chosen from a set S, in such a way that along every pathway down the tree the assigned values never increase. That is, $A \geq B, A \geq C, C \geq D, C \geq E$ and $A, B, C, D, E \in S$. (It is permissible for a value in S to appear more than once.) How many ways can the tree be so numbered using only values chosen from the set $S = \{1, \ldots, 6\}$?



(Optional extension: Generalize to a case with $S = \{1, 2, 3, , \ldots, n\}$ by finding an explicit algebraic expression for the number of ways the tree can be numbered.)

. . . .

CC211. Une feuille de papier rectangulaire de taille 12×18 est pliée le long de la diagonale, formant ainsi une région en forme de M, telle qu'illustrée. Déterminer la surface de la région ombragée.



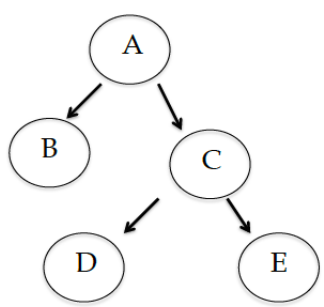
CC212. On a retranché les huit coins d'un cube dont les côtés mesurent chacun un pouce. Les sommets ont ainsi été remplacés par huit triangles équilatéraux congrus, et les faces carrées ont été remplacées par six octogones congrus. Si la

surface totale des huit triangles égale la surface d'un des octogones, quelle est cette surface ? (Chaque face octogonale comporte deux longueurs différentes de côté, en alternance.)

CC213. Une pyramide est construite à partir de cubes de taille unitaire, empilés en tranches carrées. La tranche supérieure comporte $1 \times 1 = 1$ cube, la seconde en a $3 \times 3 = 9$, celle en bas de ça en a $5 \times 5 = 25$, et ainsi de suite, chaque tranche en ayant deux de plus sur chaque côté par rapport à la tranche supérieure. La pyramide a 12 tranches au total. Déterminer la surface externe de cette pyramide, incluant le fond.

CC214. Dans le plan, les points $(2,5)$ et $(6,5)$ sont deux sommets d'un hexagone régulier de côté deux. Une certaine ligne L, passant par le point $(0,0)$, coupe l'hexagone en deux parties de même surface. Quelle est la pente de la ligne L?

CC215. À chaque cercle dans l'arbre indiqué ci-bas on assigne une valeur, choisie dans un ensemble S, de façon à ce que dans chaque chemin vers le bas dans l'arbre les valeurs assignées n'augmentent jamais. C'est-à-dire $A \geq B, A \geq C, C \geq D, C \geq E$ où $A, B, C, D, E \in S$ (Il est permis qu'une valeur dans S apparaisse plus qu'une fois.) De combien de manières peut-on assigner des valeurs à l'arbre si $S = \{1, \ldots, 6\}$?



(Au choix: Généraliser au cas où $S = \{1, 2, 3, , \ldots, n\}$ à l'aide d'une expression algébrique explicite pour le nombre d'assignations.)