THE CONTEST CORNER

No. 40

John McLoughlin

Les problèmes présentés dans cette section ont déjà été présentés dans le cadre d'un concours mathématique de niveau secondaire ou de premier cycle universitaire, ou en ont été inspirés. Nous invitons les lecteurs à présenter leurs solutions, commentaires et généralisations pour n'importe quel problème. S'il vous plaît vous référer aux règles de soumission à l'endos de la couverture ou en ligne.

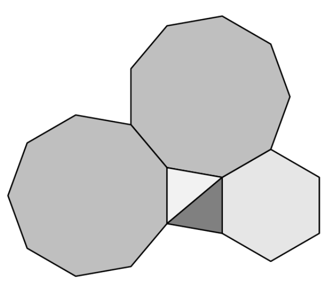
Pour faciliter l'examen des solutions, nous demandons aux lecteurs de les faire parvenir au rédacteur au plus tard le **1er décembre 2016** *; toutefois, les solutions reçues après cette date seront aussi examinées jusqu'au moment de la publication.*

La rédaction souhaite remercier André Ladouceur, Ottawa, ON, d'avoir traduit les problèmes.

CC196. On dispose de neuf tuiles carrées dont les côtés ont des longueurs respectives de 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 et 18 unités. Ces tuiles sont juxtaposées pour paver la surface d'un rectangle. Déterminer les longueurs des côtés du rectangle et montrer comment les tuiles doivent être placées.

CC197. On choisit au hasard deux entiers a et b, pas nécessairement distincts, parmi les entiers de 1 à 100. Quelle est la probabilité pour que le chiffre des unités du nombre $3^a + 7^b$ soit un 6 ?

CC198. La figure suivante est formée de cinq polygones, soit deux triangles, un hexagone régulier et deux ennéagones réguliers, placés de manière que certains polygones partagent un côté.



Démontrer que chacun des triangles est isocèle.

CC199. Étant donné un nombre réel u, soit $\{u\} = u - \lfloor u \rfloor$ où $\lfloor u \rfloor$ représente le plus grand entier inférieur ou égal à u. ($\{u\}$ est parfois appelé la partie fractionnaire de u.) Par exemple, $\{\pi\} = \pi - 3$ et $\{-2,4\} = -2,4 - (-3) = 0,6$. Déterminer tous les nombres réels x tels que $\{(x+1)^3\} = \{x^3\}$.

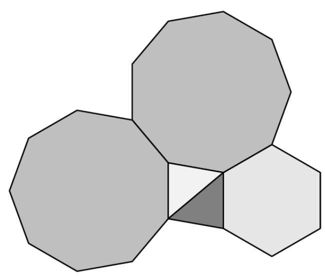
CC200. Déterminer tous les entiers positifs m et n tels que $m! + 76 = n^2$. (On rappelle que $m! = m \times (m-1) \times \cdots \times 2 \times 1$.)

. . . .

CC196. You are given nine square tiles, with sides of lengths 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 and 18 units, respectively. They can be used to tile a rectangle without gaps or overlaps. Find the lengths of the sides of the rectangle, and show how to arrange the tiles.

CC197. Let a and b be two randomly chosen positive integers (not necessarily distinct) such that $a, b \leq 100$. What is the probability that the units digit of $3^a + 7^b$ is 6 ?

CC198. The diagram shows five polygons placed together edge to edge : two triangles, a regular hexagon and two regular nonagons.



Prove that each of the triangles is isosceles.

CC199. For any real number u, let $\{u\} = u - \lfloor u \rfloor$ denote the fractional part of u (here, $\lfloor u \rfloor$ denotes the greatest integer less than or equal to u). For example, $\{\pi\} = \pi - 3$ and $\{-2.4\} = -2.4 - (-3) = 0.6$. Find all real numbers x such that $\{(x+1)^3\} = \{x^3\}$.

CC200. Find all positive integers m and n such that $m! + 76 = n^2$, where $m! = m \times (m-1) \times \cdots \times 2 \times 1$.