THE CONTEST CORNER

No. 22

Robert Bilinski

Les problèmes présentés dans cette section ont déjà été présentés dans le cadre d'un concours mathématique de niveau secondaire ou de premier cycle universitaire, ou en ont été inspirés. Nous invitons les lecteurs à présenter leurs solutions, commentaires et généralisations pour n'importe quel problème. Veuillez s'il vous plaît àcheminer vos soumissions à `crux-contest@cms.math.ca` *ou par la poste à l'adresse figurant à l'endos de la page couverture arrière. Les soumissions électroniques sont généralement préférées.*

Comment soumettre une solution. *Nous demandons aux lecteurs de présenter chaque solution dans un fichier distinct. Il est recommandé de nommer les fichiers de la manière suivante :* Nom de famille_Prénom_Numéro du problème *(exemple : Tremblay_Julie_1234.tex). De préférence, les lecteurs enverront un fichier au format LaTeX et un fichier pdf pour chaque solution, bien que les autres formats soient aussi acceptés. Nous acceptons aussi les contributions par la poste. Le nom de la personne qui propose une solution doit figurer avec chaque solution, de même que l'établissement qu'elle fréquente, sa ville et son pays ; chaque solution doit également commencer sur une nouvelle page.*

Pour faciliter l'examen des solutions, nous demandons aux lecteurs de les faire parvenir au rédacteur au plus tard le **1er juin 2015** *; toutefois, les solutions reçues après cette date seront aussi examinées jusqu'au moment de la publication.*

Chaque problème est présenté en anglais et en français, les deux langues officielles du Canada. Dans les numéros 1, 3, 5, 7 et 9, l'anglais précédera le français, et dans les numéros 2, 4, 6, 8 et 10, le franais précédera l'anglais. Dans la section Solutions, le problème sera écrit dans la langue de la première solution présentée.

CC106. En chaque sommet d'un tétraèdre régulier de côté 3, on découpe une pyramide de façon que la surface de la découpe soit un triangle équilatéral. Les quatre triangles équilatéraux ainsi obtenus ont tous des dimensions différentes. Quelle est la longueur totale des arêtes du solide ainsi tronqué ?

CC107. Dans un triangle ABC rectangle en B tel que $BC = 1$, on place D sur le côté AC pour que $AD = AB = \frac{1}{2}$. Quelle est la longueur de DC ?

CC108. Dans un repère orthonormé, la droite $y = 5x$ coupe la parabole $y = x^2$ au point A. La perpendiculaire à OA en O coupe la parabole en B. Quelle est l'aire du triangle OAB ?

CC109. Soit E l'ensemble des réels x pour lesquels les deux membres de l'égalité sont définis :

$$\cot 8x - \cot 27x = \frac{\sin kx}{\sin 8x \sin 27x}.$$

Si cette égalité tient pour tous les x dans E, que vaut k ?

CC110. Quel est le nombre de solutions réelles de l'équation :

$$|1 + x - |x - |1 - x||| = | - x - |x - 1||.$$

. . . .

CC106. At each summit of a regular tetrahedron of side length 3, we cut off a pyramid such that the cut-off surface makes an equilateral triangle. The four equilateral triangles thus obtained have all different dimensions. What is the total length of the edges of the solid thus truncated ? Provide a proof.

CC107. In a right triangle ABC with right angle at B and $BC = 1$, we place D on side AC such that $AD = AB = \frac{1}{2}$. What is the length of DC ?

CC108. In an orthonormal system, the line with equation $y = 5x$ crosses the parabola with equation $y = x^2$ in point A. The perpendicular to OA at O intersects the parabola at B. What is the area of triangle AOB ?

CC109. Let E be the set of reals x for which the two sides of the following equality are defined :

$$\cot 8x - \cot 27x = \frac{\sin kx}{\sin 8x \sin 27x}.$$

If this equality holds for all the elements of E, what is the value of k ?

CC110. What is the number of real solutions to the equation :

$$|1 + x - |x - |1 - x||| = | - x - |x - 1||.$$