BOOK REVIEWS

Amar Sodhi

La Balade de la Médiane et le Thórème de Pythagoron par Jean-Claude Pont
Editions du Tricorne, Genève, 2012
ISBN : 978-2-940450-03-9, Softcover, 93 pages, 14,35 €
Reviewed by ***Michel Bataille****, Rouen, France*

Dans les années 1970, l'auteur enseignait à des élèves non-spécialistes de mathématiques. Dans le but de développer chez eux curiosité et goût de la recherche, il proposa à un groupe d'élèves intéressés le thème qui est à l'origine de cet ouvrage : l'étude de certaines familles de triangles caractérisés par une relation portant sur les côtés (comme les triangles rectangles le sont par la relation de Pythagore). Le coeur du livre, présentation détaillée de ce sujet en une vingtaine de courts chapitres mélangeant agréablement algèbre et géométrie, constitue un exposé mathematique intéressant et de bon niveau. Il est introduit par des considérations d'ordre philosophique sur la géométrie (Jean-Claude Pont est maintenant professeur de philosophie à l'université de Genève) et suivi de trois annexes. Je m'empresse de signaler que la clarté, le ton particulièrement plaisant, voire joyeux, et l'humour de l'auteur rendent la lecture facile et agréable. Ceci est sensible dès le titre, avec ce Pythagoron, mot-valise formé sur Pythagore, que tout un chacun connaît, et sur Goron, sans doute moins familier : c'est le nom d'un vin du Valais (un des cantons suisses). Je ne dévoilerai pas la raison (amusante) de ce rapprochement... Des phrases provoquant le sourire émaillent le texte, comme celle-ci, que j'ai particulièrement appréciée : *Ces triangles offrent un champ de recherche étendu, dont les résultats se distinguent aussi par une notable inutilité.*

Les triangles pythagoroniens, point de départ du thème, sont les triangles dont les côtés a, b, c satisfont $a^2 + b^2 = 2c^2$ et leur étude est menée jusqu'à une caractérisation en termes de médianes (le théorème de Pythagoron !). Bien sûr, les lecteurs auront reconnu le sujet d'une chronique de Chris Fisher ([2011 : 304]) et pourront ajouter le vocable "pythagoronien" aux adjectifs déjà indiqués par C. Fisher comme "automédian" ou "quasi-isocèle". Mais Jean-Claude Pont ne va pas en rester à ces triangles et généralise rapidement aux triangles *rituels d'ordre* n, ceux qui vérifient $a^2 + b^2 = nc^2$ (n entier positif). Les propriétés des triangles rectangles (rituels d'ordre 1) servent de fil conducteur pour leur étude, suggérant des voies de recherche ou des figures associées. C'est ainsi que l'on voit apparaître des cercles rituels et des parallélogrammes rituels. Pour le lecteur de ***Crux Mathematicorum***, tous ces chapitres constituent d'excellents exercices d'entraînement, avec souvent des surprises stimulantes, comme cette élégante construction des décagones réguliers (convexes ou étoilés) au chapitre 8. L'auteur, poursuivant sur sa lancée, s'intéresse ensuite aux triangles *pararituels d'ordre* n caractérisés par la relation $a^2 - b^2 = nc^2$. Cette fois, une droite rituelle et une hyperbole rituelle vont s'introduire naturellement. Tout aussi naturellement arrive ensuite l'examen des triangles à la fois rituels et pararituels... En conclusion, Jean-Claude Pont propose deux questions plus difficiles comme directions de recherche dans le prolongement de son travail. Il me semble qu'une troisième question aurait pu concerner les triangles rituels à côtés entiers (pour faire suite à une remarque sur les triangles pythagoroniens au chapitre 4). Par exemple, des formules existent pour les côtés entiers de triangles rituels d'ordre 5 (voir problème 3353, [2009 : 334]) ; qu'en est-il pour les autres ordres ?

Trois annexes viennent conclure l'ouvrage. La première introduit le quadrilatère des trimédianes, un autre point de départ pour une étude dans l'esprit de celle qui s'achève. Les quatre propriétés données sans démonstration constituent un très bon exercice de géométrie élémentaire. Les deux autres annexes sont des *monologues imaginaires*, réflexions à la fois poétiques et philosophiques portant sur le cercle (*Pensées encerclées*), puis sur l'espace (*L'espace d'un instant*).

Pour reprendre ses mots, Jean-Claude Pont nous offre *une promenade champêtre, un morceau de géométrie joyeuse et fraîche*. J'y ajouterais l'adjectif un peu désuet qui m'est venu à l'esprit pendant la lecture : délectable.

A Mathematician Comes of Age by Steven G. Krantz
Mathematical Association of America, Spectrum Series, 2012
ISBN: 978-0-88385-578-2 (print); 978-1-61444-511-1 (electronic), 137 + xvii pages, US$27.50(ebook) and US$60.95(print)
Reviewed by ***Jeff Hooper****, Acadia University, Wolfville, N.S.*

What is mathematical maturity? How can we recognize it? How can we foster it?

Stephen Krantz is a widely published Professor at Washington University in St Louis, and in *A Mathematician Comes of Age* he takes on these themes, from the perspective of an experienced mathematician and professor, generously sharing his years' worth of experiences, insights and opinions. At approximately 120 pages plus addenda it is not a long book, but Krantz still finds time to tackle a wide variety of topics.

The notion of mathematical maturity is a vague one, a concept which is not clearly understood within the mathematics community. It is certainly not a topic that is discussed much outside of mathematics. Many of us might say we "know it when we see it" or be able to identify examples, such as the ability to analyze and create proofs. Yet as the author points out, if we want to be able to teach mathematics better and more effectively, then we need to improve our understanding of mathematical maturity.

Krantz's main theme is to suggest what this thing we call mathematical maturity is all about: what its identifying features are, what the stages are in its development (from the early grades through to graduate schools), what its place is in wider society, and what roles (positive and negative) social and cognitive forces play in its development. He creates a picture of this maturity as both a model of mathematical reasoning, extending to fields beyond mathematics, as well as a model for what rigorous and precise reasoning should be.

The book begins with an introductory chapter that highlights many of the ideas and threads to be taken up later. The author introduces mathematical maturity as a developed understanding of mathematics and how mathematics works. He considers mathematics teaching at the university level and some guiding principles for teaching in an effective way. As witnessed in a number of Krantz's other books, his profound concern for the manner in which mathematics is taught comes through very strongly here. The chapter continues with some history of mathematics teaching and examples of maturity at different levels, as well as a discussion about how our view of mathematical maturity has evolved over time and how it in fact continues to change.

The heart of the book are the next four chapters. The first of these, on Mathematical Concepts, examines mathematics problems that can be used to foster mathematical maturity, looks at what parts of the mathematics curriculum play important roles in this (and which do not), as well as the role that can be played in this development by computers, by proofs, and by making mistakes. A chapter on Teaching Techniques comes next, picking up the thread of teaching improvement from the first chapter. Here Krantz considers a number of current trends, such as online learning, capstone experiences, and student research. He also discusses some new approaches to mathematics teaching.

Any consideration of developing mathematical maturity must consider external influences and the next two chapters discuss Social and Cognitive issues. There are of course many societal influences on studying mathematics. Krantz discusses a number of these, including whether various syndromes (Asperger's, schizophrenia, depression) are related to the learning of mathematics and whether various standardized tests can adequately help teachers track the development of mathematical maturity. Similarly, looking at cognitive issues, Krantz delves into the nature vs nurture question, considers learning styles and whether any of these are more relevant to maturity, and discusses the roles played in this process by the motivation and goals of the learner. He also looks at the psychology of learning, and at types of intelligence.

The author ends by revisiting the mathematical maturity concept, in light of the previous chapters, looking at what makes a mathematician, and in particular at a list of key attributes a mathematically mature person should have, and revisits the place of mathematical maturity in our world.

Despite the lengthy list of topics listed above, the book is very readable, written in a conversational style. It is also very funny in places. This book will be of interest to high school students who enjoy mathematics and are (or should be) considering mathematical studies at university, to undergraduates considering further graduate work, and to professional mathematicians with an interest in developing mathematical maturity in their own students.