37: No 1 February / février 2011

Published by:

Canadian Mathematical Society
Société mathématique du Canada
209 - 1725 St. Laurent Blvd.
Ottawa, ON K1G 3V4, Canada
Fax/Téléc. : 613 733 8994

SYNOPSIS

This month's "free sample" is:

3610. *Proposed by Peter Y. Woo, Biola University, La Mirada, CA, USA.*

Let $\boldsymbol{S = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 27, \ldots\}}$ be the set of positive integers whose only prime divisors are $\mathbf{2}$ or $\mathbf{3}$. Let $\boldsymbol{a_1 = 2, a_2 = 3, \ldots}$, be the elements of $\boldsymbol{S}$, with $\boldsymbol{a_1 < a_2 < \ldots}$.

(i) Determine $\displaystyle\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{\infty}} \left(\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{a_i}}\right)$.

(ii) ★ For each positive integer $\boldsymbol{n}$, let $\boldsymbol{s(n)}$ be the sum of all its divisors including $\mathbf{1}$ and $\boldsymbol{n}$ itself. Prove $\frac{\boldsymbol{s(n)}}{\boldsymbol{n}} < \mathbf{3}$ for all members of $\boldsymbol{S}$.

3610. *Proposé par Peter Y. Woo, Université Biola, La Mirada, CA, É-U.*

Soit $\boldsymbol{S = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 27, \ldots\}}$ l'ensemble des entiers positifs dont les seuls diviseurs premiers sont $\mathbf{2}$ ou $\mathbf{3}$. Notons $\boldsymbol{a_1 = 2, a_2 = 3, \ldots}$ les éléments de $\boldsymbol{S}$, avec $\boldsymbol{a_1 < a_2 < \ldots}$.

(i) Trouver $\displaystyle\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{\infty}} \left(\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{a_i}}\right)$.

(ii) ★ Pour chaque entier positif $\boldsymbol{n}$, soit $\boldsymbol{s(n)}$ la somme de tous ses diviseurs, y compris $\mathbf{1}$ et $\boldsymbol{n}$ lui-même. Montrer que $\frac{\boldsymbol{s(n)}}{\boldsymbol{n}} < \mathbf{3}$ pour tous les éléments de $\boldsymbol{S}$.