

31: No 7 November / Novembre 2005

Published by:

Canadian Mathematical Society
Société mathématique du Canada
577 King Edward, POB/CP 450-A
Ottawa, ON K1N 6N5
Fax/Télec: 613 565 1539

©CANADIAN MATHEMATICAL SOCIETY 2005. ALL RIGHTS RESERVED.

SYNOPSIS

417 Skoliad: No. 89 *Robert Bilinski*

- 1999 New Zealand Junior Mathematics Competition
- Compétition Junior de Mathématiques de Nouvelle-Zélande 1999
- Solutions to the 4th Annual CNU Regional High School Mathematics Contest

427 Mathematical Mayhem

427 Mayhem Problems: M213–M218

M213. *Proposed by Edward T.H. Wang, Wilfrid Laurier University, Waterloo, ON.*

Set $S = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \cdots (2^{1024} + 1) + 1$.
Evaluate $S^{\frac{1}{1024}}$ without using a calculator.

M214. *Proposed by Babis Stergiou, Chalkida, Greece.*

Two equilateral triangles ABC and CDE are on the same side of line BCD . If BE intersects AC at K and DA intersects CE at L , prove that KL is parallel to BD .

M215. *Proposed by Bruce Sawyer, Memorial University of Newfoundland, St. John's, NL.*

Find a rational number s such that $s^2 + 5$ and $s^2 - 5$ are both squares of rational numbers.

M216. *Proposed by K.R.S. Sastry, Bangalore, India.*

A Heron triangle has integer sides and area. Two sides of a Heron triangle are 442 and 649. If its area is 132396, find its perimeter.

M217. *Proposed by Bill Sands, University of Calgary, Calgary, AB.*

Let a, b, c be integers such that 2005 divides into both $ab + 9b + 81$ and $bc + 9c + 81$. Prove that 2005 also divides into $ca + 9a + 81$.

M218. *Proposed by Neven Jurič, Zagreb, Croatia.*

Compute the sum

$$\sum_{k=1}^{99} \frac{1}{k\sqrt{k+1} + (k+1)\sqrt{k}}.$$

.....

M213. *Proposé par Edward T.H. Wang, Université Wilfrid Laurier, Waterloo, ON.*

Soit $S = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \cdots (2^{1024} + 1) + 1$. Calculer $S^{\frac{1}{1024}}$ sans l'aide d'une calculatrice.

M214. *Proposé par Babis Stergiou, Chalkida, Grèce.*

Deux triangles équilatéraux ABC et CDE sont du même côté de la droite BCD . Si BE coupe AC en K et DA coupe CE en L , montrer que KL est parallèle à BD .

M215. *Proposé par Bruce Sawyer, Université Memorial de Terre-Neuve, St. John's, NL.*

Trouver un nombre rationnel s tel que $s^2 + 5$ et $s^2 - 5$ sont tous deux des carrés de nombres rationnels.

M216. *Proposé par K.R.S. Sastry, Bangalore, Inde.*

Un triangle de Héron possède des côtés et une aire mesurés par des nombres entiers. Deux côtés d'un triangle de Héron mesurent 442 et 649. Si son aire est 132396, trouver son périmètre.

M217. *Proposé par Bill Sands, Université de Calgary, Calgary, AB.*

Soit a, b et c des entiers tels que 2005 soit divisible par $ab + 9b + 81$ et par $bc + 9c + 81$. Montrer que 2005 est aussi divisible par $ca + 9a + 81$.

M218. *Proposé par Neven Jurič, Zagreb, Croatie.*

Calculer la somme

$$\sum_{k=1}^{99} \frac{1}{k\sqrt{k+1} + (k+1)\sqrt{k}}.$$

429 Mayhem Solutions: M146–M150

432 Problem of the Month *Ian VanderBurgh*

434 Pólya's Paragon: It Ain't So Complex (Part 3) *Shawn Godin*

436 The Olympiad Corner: No. 249 *R.E. Woodrow*

Featuring the Bosnia and Herzegovina 7th National Olympiad Selection Test (2002); the 4th Hong Kong (China) Mathematical Olympiad (2001); the 15th Irish Mathematical Olympiad (2002); and readers' solutions to some of the problems from

- the Ukrainian Mathematics Olympiad (2001);
- the VII National Mathematical Contest of Itlay (2001);
- the 52nd Polish Mathematical Olympiad (2001).

450 Book Review *John Grant McLoughlin*

450 *The Tangram Book*

By Jerry Slocum with Jack Botermans, Dieter Gebhardt, Monica Ma, Xiaohe Ma, Harold Raizer, Dic Sonneveld, and Carla van Splunteren.

Reviewed by Andy Liu

453 Chasing Imaginary Triangles

by *Ian VanderBurgh and Serge D'Alessio*

The authors explore a specific problem about integer-sided right triangles. They first solve the problem, and then subsequently discover that such a triangle fails to exist! They then establish a criterion under which such a triangle exists in the general case, and explore this criterion geometrically.

Enjoy!

457 Problems: 3076–3087

This month's "free sample" is:

3078. *Proposed by D.J. Smeenk, Zaltbommel, the Netherlands.*

Let ABC be a triangle with $a > b$. Let D be the foot of the altitude from A to the line BC , let E be the mid-point of AC , and let CF be an external bisector of $\angle BCA$ with F on the line AB . Suppose that D, E, F are collinear.

- (a) Determine the range of $\angle BCA$.
- (b) Show that $c > b$.
- (c) If $c^2 = ab$, determine the measures of the angles of $\triangle ABC$, and show that $\sin B = \cos^2 B$.

3078. *Proposé par D.J. Smeenk, Zaltbommel, Pays-Bas.*

Soit ABC un triangle avec $a > b$. Soit D le pied de la perpendiculaire abaissée de A sur la droite BC , soit E le point milieu de AC , et soit CF une bissectrice extérieure de l'angle BCA avec F sur la droite AB . Supposons que D , E et F sont colinéaires.

- (a) Déterminer le domaine de variation de l'angle BCA .
- (b) Montrer que $c > b$.
- (c) Si $c^2 = ab$, trouver les mesures des angles du triangle ABC et montrer que $\sin B = \cos^2 B$.

463 Solutions: 2963, 2972–2984