

## Mayhem Problems

Please send your solutions to the problems in this edition by **1 April 2006**. Solutions received after this date will only be considered if there is time before publication of the solutions.

Each problem is given in English and French, the official languages of Canada. In issues 1, 3, 5, and 7, English will precede French, and in issues 2, 4, 6, and 8, French will precede English.

The editor thanks Jean-Marc Terrier and Martin Goldstein of the University of Montreal for translations of the problems.

**M213.** Proposed by Edward T.H. Wang, Wilfrid Laurier University, Waterloo, ON.

Set  $S = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \cdots (2^{1024} + 1) + 1$ . Evaluate  $S^{\frac{1}{1024}}$  without using a calculator.

**M214.** Proposed by Babis Stergiou, Chalkida, Greece.

Two equilateral triangles  $ABC$  and  $CDE$  are on the same side of line  $BCD$ . If  $BE$  intersects  $AC$  at  $K$  and  $DA$  intersects  $CE$  at  $L$ , prove that  $KL$  is parallel to  $BD$ .

**M215.** Proposed by Bruce Shawyer, Memorial University of Newfoundland, St. John's, NL.

Find a rational number  $s$  such that  $s^2 + 5$  and  $s^2 - 5$  are both squares of rational numbers.

**M216.** Proposed by K.R.S. Sastry, Bangalore, India.

A Heron triangle has integer sides and area. Two sides of a Heron triangle are 442 and 649. If its area is 132396, find its perimeter.

**M217.** Proposed by Bill Sands, University of Calgary, Calgary, AB.

Let  $a, b, c$  be integers such that 2005 divides into both  $ab + 9b + 81$  and  $bc + 9c + 81$ . Prove that 2005 also divides into  $ca + 9a + 81$ .

**M218.** Proposed by Neven Jurić, Zagreb, Croatia.

Compute the sum

$$\sum_{k=1}^{99} \frac{1}{k\sqrt{k+1} + (k+1)\sqrt{k}}.$$

.....

**M213.** *Proposé par Edward T.H. Wang, Université Wilfrid Laurier, Waterloo, ON.*

Soit  $S = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \cdots (2^{1024} + 1) + 1$ . Calculer  $S^{\frac{1}{1024}}$  sans l'aide d'une calculatrice.

**M214.** *Proposé par Babis Stergiou, Chalkida, Grèce.*

Deux triangles équilatéraux  $ABC$  et  $CDE$  sont du même côté de la droite  $BCD$ . Si  $BE$  coupe  $AC$  en  $K$  et  $DA$  coupe  $CE$  en  $L$ , montrer que  $KL$  est parallèle à  $BD$ .

**M215.** *Proposé par Bruce Sawyer, Université Memorial de Terre-Neuve, St. John's, NL.*

Trouver un nombre rationnel  $s$  tel que  $s^2 + 5$  et  $s^2 - 5$  sont tous deux des carrés de nombres rationnels.

**M216.** *Proposé par K.R.S. Sastry, Bangalore, Inde.*

Un triangle de Héron possède des côtés et une aire mesurés par des nombres entiers. Deux côtés d'un triangle de Héron mesurent 442 et 649. Si son aire est 132396, trouver son périmètre.

**M217.** *Proposé par Bill Sands, Université de Calgary, Calgary, AB.*

Soit  $a, b$  et  $c$  des entiers tels que 2005 soit divisible par  $ab + 9b + 81$  et par  $bc + 9c + 81$ . Montrer que 2005 est aussi divisible par  $ca + 9a + 81$ .

**M218.** *Proposé par Neven Jurič, Zagreb, Croatie.*

Calculer la somme

$$\sum_{k=1}^{99} \frac{1}{k\sqrt{k+1} + (k+1)\sqrt{k}}.$$