Mayhem Problems

Proposals and solutions may be sent to **Mathematical Mayhem, 2191 Saturn Crescent, Orleans, Ontario, K4A 3T6** or emailed to

`mayhem-editors@cms.math.ca`

Please include in all correspondence your name, school, grade, city, province or state, and country. We are especially looking for solutions from high school students. Please send your solutions to the problems in this edition by *1 August 2003*. Solutions received after this time will be considered only if there is time before publication of the solutions.

M76. *Proposed by J. Walter Lynch, Athens, GA, USA.*

Two buildings A and B are twenty feet apart. A ladder thirty feet long has its lower end at the base of building A and its upper end against building B. Another ladder forty feet long has its lower end at the base of building B and its upper end against building A.

How high above the ground is the point where the ladders intersect?

. . . .

Deux bâtiments A et B sont distants de vingt pieds. Une échelle, longue de trente pieds, a son extrémité inférieure à la base de A et est appuyée contre le bâtiment B. Une autre échelle, de longueur de quarante pieds celle-là, a son extrémité inférieure à la base de B et est appuyée contre le bâtiment A.

À quelle hauteur au-dessus du sol se trouve le point d'intersection des deux échelles ?

M77. *Proposed by Richard Hoshino, Dalhousie University, Halifax, NS.*

Find *all* ordered pairs of integers (a, b) such that the equation $x^2 + |y^2 - 6ay + b| = b - a^2 + 6$ has *exactly* 2001 solutions in positive integers (x, y).

. . . .

Trouver *toutes* les paires ordonnées d'entiers (a, b) telles que l' équation $x^2 + |y^2 - 6ay + b| = b - a^2 + 6$ possède *exactement* 2001 solutions en entiers positifs (x, y).

M78. *Proposed by K.R.S. Sastry, Bangalore, India.*

In a right-angled triangle we consider the two vertices at the two acute angles and draw medians from them to the opposite sides. Determine the maximum (acute) angle between these medians.

. . . .

Dans un triangle rectangle, on considère les deux sommets d'angles aigus, et les médianes abaissées sur le côté opposé. Déterminer l'angle (aigu) maximal entre ces médianes.

M79. *Proposed by the Mayhem Staff.*

Three people play the following game. N marbles are placed in a bowl and the players, in turn, remove 1, 2, or 3 marbles from the bowl. The person who removes the last marble loses. For what values of N can the first and third player work together to force the second player to lose? (Inspired by a recent problem on the Canadian Open Mathematics Challenge.)

. . . .

Trois personnes jouent le jeu suivant. A tour de rôle, chaque joueur retire 1, 2, ou 3 billes d'une urne qui en contient N. La personne qui retire la dernière bille a perdu. Pour quelles valeurs de N le premier et le troisième joueur peuvent-ils collaborer pour forcer le second joueur à perdre ? (Inspiré par un récent problème du Défi Ouvert Canadien de Mathématiques.)

M80. *Proposed by J. Walter Lynch, Athens, GA, USA.*

Compute the number of ways that 4 tires can be rotated so that each tire is relocated. (*Editor's note:* "rotating" a car's tires means changing their position on the car so that they can wear more evenly.)

. . . .

Trouver le nombre de rotations qu'on peut effectuer sur les 4 pneus d'une voiture pour qu'ils se trouvent dans une autre position. (*Note de l'éditeur :* "rotation" signifie ici : changement de position pour assurer une usure uniforme des pneus.)

M81. *Proposed by K.R.S. Sastry, Bangalore, India.*

Let $a \neq 0$, b, c be integers and $\sin\theta$, $\cos\theta$ be the rational roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$. Show that $a \pm 2c$ are perfect squares.

. . . .

Soit $a \neq 0$, b, c des entiers et $\sin\theta$, $\cos\theta$ les racines rationnelles de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$. Montrer que $a \pm 2c$ sont des carrés parfaits.