

# MATHEMATICAL MAYHEM

Mathematical Mayhem began in 1988 as a **Mathematical Journal for and by High School and University Students**. It continues, with the same emphasis, as an integral part of *Crux Mathematicorum with Mathematical Mayhem*.

All material intended for inclusion in this section should be sent to **Mathematical Mayhem, Cairine Wilson Secondary School, 977 Orleans Blvd., Gloucester, Ontario, Canada. K1C 2Z7 (NEW!)**. The electronic address is `mayhem-editors@cms.math.ca`

The Assistant Mayhem Editor is Chris Cappadocia (University of Waterloo). The other staff member is Jimmy Chui (University of Toronto).

---

## MAYHEM PROBLEMS

Envoyez vos propositions et solutions à MATHEMATICAL MAYHEM, Faculté de mathématiques, Université de Waterloo, 200 University Avenue West, Waterloo, ON, N2L 3G1, ou par courriel à `mayhem-editors@cms.math.ca`

N'oubliez pas d'inclure à toute correspondance votre nom, votre année scolaire, le nom de votre école, ainsi que votre ville, province ou état et pays. Nous sommes surtout intéressés par les solutions d'étudiants du secondaire. Veuillez nous transmettre vos solutions aux problèmes du présent numéro avant le *1er septembre 2002*. Les solutions reçues après cette date ne seront prises en compte que s'il nous reste du temps avant la publication des solutions.

Chaque problème sera publié dans les deux langues officielles du Canada (anglais et français). Dans les numéros 1, 3, 5 et 7, l'anglais précédera le français, et dans les numéros 2, 4, 6 et 8, le français précédera l'anglais.

Pour être admissibles au DÉFI MAYHEM de ce mois-ci, les solutions doivent avoir été postées avant le 1er juillet 2002, cachet de la poste faisant foi.

**M34.** *Proposé par l'équipe de Mayhem.*

Les nombres 1 à 2002 sont écrits au tableau noir et l'on décide de jouer au jeu suivant :

On lance une pièce de monnaie et on efface deux nombres  $x$  et  $y$  du tableau. Si l'on tombe sur pile, on écrit  $x + y$  au tableau, sinon on écrit  $|x - y|$ ; on continue le processus jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'un nombre. Montrer que ce dernier nombre est impair.

.....

The numbers 1 to 2002 are written on a blackboard so you decide to play a fun game. You flip a coin, then erase two numbers,  $x$  and  $y$ , from the board. If the coin was heads you write the number  $x + y$  on the board, if the coin was tails you write the number  $|x - y|$ . You continue this process until only one number remains. Prove that the last number is odd.

**M35.** *Proposé par l'équipe de Mayhem.*

On définit deux suites par  $x_1 = 4732$ ,  $y_1 = 847$ ,  $x_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2}$  and  $y_{n+1} = \frac{2x_n y_n}{x_n + y_n}$ . Trouver

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \quad \text{et} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} y_n .$$

.....

Two sequences are defined by:  $x_1 = 4732$ ,  $y_1 = 847$ ,  $x_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2}$  and  $y_{n+1} = \frac{2x_n y_n}{x_n + y_n}$ . Find

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \quad \text{and} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} y_n .$$

**M36.** *Proposé par l'équipe de Mayhem.*

Dans un triangle  $ABC$ , soit  $AM$  la médiane issue du sommet  $A$ . Montrer que  $AM \leq \frac{AB+AC}{2}$ .

.....

In  $\triangle ABC$ ,  $AM$  is the median from  $A$ . Prove  $AM \leq \frac{AB+AC}{2}$ .

**M37.** *Proposé par J. Walter Lynch, Athens, GA, USA.* —

Trouver deux entiers positifs différents, plus petits que 100, et tels que la somme des chiffres des deux entiers soit égale au plus grand et que produit de leurs chiffres soit égal au plus petit.

.....

Find two (different) positive integers less than 100 such that the sum of the digits in both integers is the larger integer and the product of the digits in both integers is the smaller integer.

**M38.** *Proposé par l'équipe de Mayhem.*

Trouver toutes les valeurs de  $n$  telles que  $1! + 2! + 3! + \dots + n!$  soit un carré parfait.

.....

Find all values of  $n$  such that  $1! + 2! + 3! + \dots + n!$  is a perfect square.