

THE SKOLIAD CORNER

No. 58

Shawn Godin

Solutions may be sent to Shawn Godin, Cairine Wilson S.S., 975 Orleans Blvd., Orleans, ON, CANADA, K1C 2Z5, or emailed to
 mayhem-editors@cms.math.ca.

Please include on any correspondence your name, school, grade, city, province or state and country. We are especially looking for solutions from high school students. Please send your solutions to the problems in this edition by 1 May 2002. Look for prizes for solutions in the new year.

Our first item is the 2001 Concours De Mathématiques Du Nouveau-Brunswick. This contest is written every year by students in New Brunswick and hosted by the University of Moncton and the University of New Brunswick. Solutions are always accepted in both English and French. My thanks go to Bob McKellar and Daryl Tingley at the University of New Brunswick for forwarding the material to me.

UNIVERSITÉ DE MONCTON
 et
 UNIVERSITY OF NEW BRUNSWICK
 20^e CONCOURS DE MATHÉMATIQUES DU
 NOUVEAU-BRUNSWICK

le vendredi 11 mai 2001

9^e année

PARTIE A

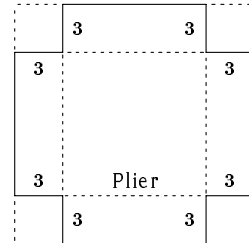
- Évaluez l'expression suivante : $\frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}$.
 (A) $\frac{7}{12}$ (B) $\frac{12}{7}$ (C) 7 (D) 12 (E) Non définie
- Si a est 50% plus grand que c et b est 25% plus grand que c , dites de combien a est plus grand que b en pourcentage ?
 (A) 10% (B) 20% (C) 25% (D) 31% (E) Aucune de ces réponses
- Déterminez la valeur de $\frac{x+y}{x-y}$ si $x = \frac{3}{4}$ et $y = \frac{2}{3}$.
 (A) $\frac{5}{3}$ (B) 5 (C) 6 (D) 17 (E) Aucune de ces réponses

4. Combien de nombres de quatre chiffres peut-on obtenir en ordonnant les chiffres 1, 2, 3, 3 ?
(A) 4 (B) 6 (C) 12 (D) 24 (E) Aucune de ces réponses
5. Il y a quelques années, les conducteurs de bétonnières ont fait une grève de 46 jours. Avant la grève ces chauffeurs gagnaient \$7,50 de l'heure et travaillaient 8 heures par jour, 260 jours par année. Quel est, en pourcentage, l'augmentation annuelle de salaire nécessaire pour récupérer en un an le montant de salaire perdu lors de cette grève ?
(A) $\frac{23}{1040} \times 100\%$ (B) 7,5% (C) $\frac{23}{130} \times 100\%$ (D) $\frac{69}{52} \times 100\%$
(E) Aucune de ces réponses
6. Une automobile va du point A au point B à une vitesse de 40 km/h. À quelle vitesse doit-on conduire la voiture du point B au point A pour que la vitesse moyenne pour le trajet aller-retour, soit de 50 km/h ?
(A) 50 km/h (B) 58 km/h (C) 60 km/h (D) $66\frac{2}{3}$ km/h
(E) Information insuffisante
7. Pour une fête, Justin achète une pizza et la coupe en 24 morceaux. Marc mange le $\frac{1}{6}$ de la pizza. Claudine mange $\frac{1}{4}$ de ce qui reste et Sylvie $\frac{1}{3}$ de ce qui reste après que Claudine et Marc soient servis. Si Justin mange le restant, quelle fraction de la pizza Justin n'a pas mangée ?
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{7}{12}$ (D) $\frac{2}{3}$
(E) Aucune de ces réponses
8. Si on multiplie un nombre donné par 4 et on soustrait ensuite 12, on obtient un résultat 2 fois plus grand que si l'on soustrait d'abord 12 à ce nombre et que l'on multiplie ensuite par 4. Quelle est la somme des chiffres de ce nombre ?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 9
9. 5^{10} est un nombre à n chiffres. Quelle est la valeur de n ?
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10
10. Alphonse a 3 fois plus de billes que Béatrice. S'il lui en donnait 15, il en aurait 2 fois plus qu'elle. Combien devrait-il lui en donner pour qu'ils en aient tous deux le même nombre ?
(A) 30 (B) 45 (C) 60 (D) 90 (E) Information insuffisante

PARTIE B

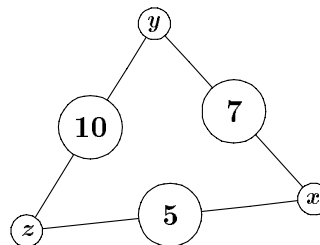
11. On définit l'opération $*$ de la façon suivante : $a*b = 3a - 2b$. Quelle est la valeur de $(1*(-2))*(3*4)$?
- (A) -24 (B) -5 (C) 5 (D) 19 (E) Aucune de ces réponses
12. Les villes de Artin et Balin sont à une distance de 500 km l'une de l'autre. Un avion fait régulièrement la navette entre les deux. Le vent souffle à une vitesse constante de Artin vers Balin et la vitesse de l'avion sans tenir compte du vent est de 900 km/h. Si le voyage de Artin vers Balin prend 30 minutes et le voyage dans le sens contraire prend 37,5 minutes, quelle est la vitesse du vent ?
- (A) 80 km/h (B) 100 km/h (C) 120 km/h (D) 200 km/h
(E) Aucune de ces réponses
13. Dans une partie de basketball, une équipe peut compter un, deux ou trois points en lançant le ballon dans le panier. Notre équipe lance le ballon 50 fois dans le panier et marque 80 points. Quel est le nombre maximal de lancer à trois points que notre équipe a compté ?
- (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) Pas assez d'information
14. Un héritage est partagé entre 5 frères. Le premier reçoit la moitié de l'héritage plus 1\$. Le deuxième reçoit la moitié du reste plus 2\$. Le troisième reçoit la moitié du reste plus 3\$. Le quatrième reçoit la moitié du reste plus 4\$. Le cinquième frère reçoit 500\$. Quelle est la valeur de cet héritage ?
- (A) 7098\$ (B) 7598\$ (C) 8098\$ (D) 8598\$ (E) 9098\$
15. Dans la suite 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 5, 7, 7, ..., le 100^{ième} nombre est
- (A) 10 (B) 19 (C) 20 (D) 21 (E) Aucune de ces réponses
16. X est l'entier supérieur à 1 le plus petit tel que si je divise X par deux, trois, quatre, cinq ou six, j'obtiens un reste de 1. La somme des chiffres de X est :
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 10

17. Une compagnie fabrique un emballage pour un nouveau produit. Une partie de cet emballage est une boîte ouverte obtenue d'une pièce carrée d'aluminium en découpant des carrés de 3 cm de côté à chaque coin. (Voir figure). Si la boîte doit avoir un volume de 75 cm^3 , quelles sont les dimensions en cm^2 de la pièce d'aluminium qui doit être utilisée?



- (A) 6×6 (B) 9×9 (C) 10×10 (D) 11×11 (E) Aucune de ces réponses
18. Quel est le 2001^{ième} nombre de la suite : 2, 5, 8, 11, ... ?
- (A) 5996 (B) 5999 (C) 6000 (D) 6001 (E) 6002
19. Combien de chiffres sont nécessaires pour écrire tous les nombres entiers de 1 à 1000 inclusivement? Par exemple, pour écrire les nombres de 1 à 10, inclusivement, on a besoin de 11 chiffres.
- (A) 2889 (B) 2892 (C) 2893 (D) 2899 (E) 2989

20. Les nombres dans les grands cercles sont obtenus en additionnant les deux nombres dans les petits cercles attachés au grand cercle. Déterminez la somme des nombres dans les petits cercles.



- (A) 9 (B) 11 (C) 13 (D) 20 (E) Aucune de ces réponses

PARTIE C

21. Calculez la valeur de $\frac{2^{2001} + 2^{1999}}{2^{2000} - 2^{1998}}$
- (A) 2 (B) $\frac{10}{3}$ (C) $2^{1000} + 1$ (D) $2^{2000} + 1$ (E) Aucune de ces réponses
22. Sachant que dans un polygone régulier tous les côtés ont la même longueur et tous les angles internes sont égaux, quel est le nombre de diagonales dans un polygone régulier de 12 côtés? Une diagonale est un segment qui relie deux sommets non consécutifs du polygone.
- (A) 27 (B) 35 (C) 44 (D) 54 (E) 65

23. Si on définit l'inverse d'un nombre entier à deux chiffres comme le nombre obtenu en permutant les deux chiffres qui composent le nombre initial (exemple : 34 est l'inverse de 43). Combien de nombres entiers à deux chiffres donnent un carré parfait lorsqu'ils sont additionnés à leur inverse ?

(A) 1 (B) 4 (C) 8 (D) 9 (E) Aucune de ces réponses

24. Une fenêtre a la forme d'un rectangle surmonté d'un triangle équilatéral. Si son périmètre est de $6 - \sqrt{3}$ et sa superficie est de $\frac{6 - \sqrt{3}}{4}$, déterminer $x + y$.

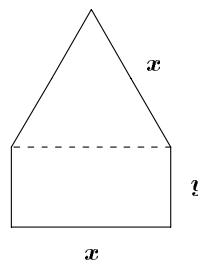
(A) $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

(B) $\frac{6 + \sqrt{3}}{4}$

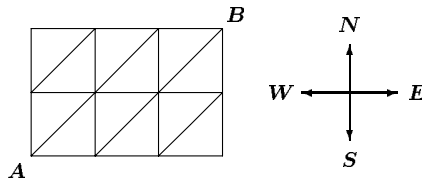
(C) $\frac{5 - \sqrt{3}}{2}$

(D) $\frac{5 + \sqrt{3}}{2}$

(E) Aucune de ces réponses

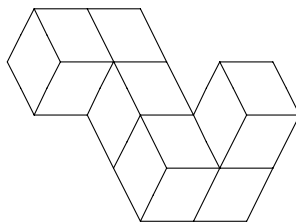


25. Combien de chemins vont de A à B si les seuls directions possible sont d'aller vers le nord, vers l'est ou vers le nord-est ?



(A) 15 (B) 20 (C) 25 (D) 30 (E) Aucune de ces réponses

26. Quelle est l'aire en cm^2 du solide illustré si chaque cube mesure 1 cm de côté ?

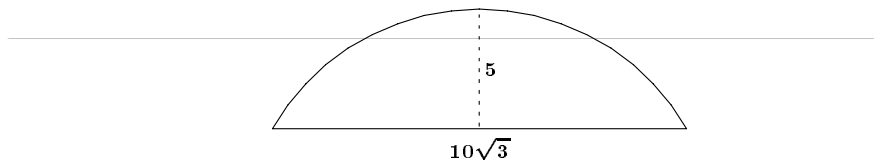


(A) 24 (B) 25 (C) 29 (D) 30 (E) Aucune de ces réponses

Our next entry is the 2001 Maritime Mathematics Contest written each year by students in Nova Scotia, New Brunswick and Prince Edward Island. My thanks go to David Horrocks at the University of Prince Edward Island for forwarding the material to me.

2001 Maritime Mathematics Contest

- Alice and Bob were comparing their stacks of pennies. Alice said "If you gave me a certain number of pennies from your stack, then I'd have six times as many as you, but if I gave you that number, you'd have one-third as many as me." What is the smallest number of pennies that Alice could have had?
- The infinite sequence
 $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 3\ 1\ 4\ 1\ 5\ 1\ 6\ 1\ 7\ 1\ 8\ 1\ 9\ 2\ 0\ 2\ 1\ 2\ 2\ 2\ 3\ \dots$
 is obtained by writing the positive integers in order. What is the 2001st digit in this sequence?
- The maximum height of a railway tunnel is 5 metres and the width of the tunnel is $10\sqrt{3}$ metres. The outline of the tunnel is in the form of a segment of a circle as shown below. Determine the area of a cross-section of the tunnel.



- Which of the following numbers is greater?

$$A = \frac{2.0000004}{(1.0000004)^2 + 2.0000004} \quad \text{or} \quad B = \frac{2.0000002}{(1.0000002)^2 + 2.0000002}$$
- Alice and Bob play the following game with a pile of 2001 beans. A move consists of removing one, two, or three beans from the pile. The players move alternately, beginning with Alice. The person who takes the last bean in the pile is the winner. Which player has a winning strategy for this game and what is that strategy?
- Show that, regardless of what integers are substituted for x and y , the expression

$$x^5 - x^4y - 13x^3y^2 + 13x^2y^3 + 36xy^4 - 36y^5$$

is never equal to 77.

Well that ends another year of the Skoliad corner. We would like to hear any feedback about what we are doing with the corner. In the new year there are a number of prizes that will be awarded for solutions that are sent in. Send us your contest material and solutions!