
ALAIN TOGBÉ, Purdue University Northwest

On Diophantine pairs

Un ensemble de m entiers positifs distincts $\{a_1, \dots, a_m\}$ est appelé m -tuplet diophantien si chaque $a_i a_j + 1$ avec $i \neq j$ est un carré parfait. En général, soit n un entier, un ensemble de m entiers positifs $\{a_1, \dots, a_m\}$ est appelé un m -tuplet diophantien avec la propriété $D(n)$ si chaque $a_i a_j + n$ avec $i \neq j$ est un carré parfait. Diophante a étudié des ensembles de nombres rationnels positifs avec cette propriété, en particulier il a trouvé l'ensemble $\{\frac{1}{16}, \frac{33}{16}, \frac{17}{4}, \frac{105}{16}\}$. Mais le premier quadruple diophantien a été découvert par Fermat. C'est l'ensemble $\{1, 3, 8, 120\}$. De plus, Baker et Davenport ont prouvé que l'ensemble $\{1, 3, 8, 120\}$ ne peut pas être étendu à un quintuple diophantien. Le problème de l'extensibilité des m -tuplets diophantiens est d'un grand intérêt.

Pour la première partie de cet exposé, nous donnerons un historique très bref des paires diophantiennes. Dans la deuxième partie, nous examinerons l'extensibilité du couple diophantien $\{a, b\}$, où $b = 3a$ et prouverons qu'un tel ensemble ne peut pas être étendu à un quadruple diophantien irrégulier. Enfin, nous verrons que pour $b = 8a$, on obtient un résultat similaire.

Cet exposé est basé sur un article commun avec Adédji, He et Pintér.