Arithmetic Geometry and Number Theory
Géométrie arithmétique et théorie des nombres
(Org: **Gaëtan Chenevier** (CNRS, Paris XIII) and/et **Henri Darmon** (McGill))

LAURENT BERGER, ENS Lyon (UMPA), 46 Allée d'Italie, 69007 Lyon, FRANCE
Représentations p-adiques et (φ,Γ)-modules

Dans cet exposé, je parlerai de progrès récents concernant les liens entre les (φ,Γ)-modules et des objets qui généralisent les représentations p-adiques (B-paires, presque $\mathbf{C}_p$-représentations).

OLIVIER BRINON, Université Paris 13, 99 avenue J.-B. Clément, 93430 Villetaneuse, France
Théorie de Sen pour les B_{dR}-représentations dans le cas relatif

Dans ce travail en commun avec F. Andreatta, on généralise à une situation relative la construction d'un module à connexion $\mathrm{D}_{\mathrm{dif}}(V)$ associé à une représentation galoisienne p-adique V, et on montre que la représentation V est de de Rham si et seulement si $\mathrm{D}_{\mathrm{dif}}(V)$ est trivial. Pour ce faire, on utilise la théorie de Sen généralisée, qu'on relève à $\mathrm{B}_{\mathrm{dR}}^{+}$. Récemment, T. Tsuji a utilisé ces résultats pour prouver une propriété de pureté pour les représentations de de Rham.

FRANÇOIS BRUNAULT, ENS Lyon, 46 allée d'Italie, 69007 Lyon, France
Régulateur et fonctions L p-adiques

Dans cet exposé je présenterai le calcul explicite du régulateur p-adique considéré par Kato, pour certains éléments du K_2 des courbes modulaires. J'expliquerai, en particulier, comment utiliser la machine de Perrin–Riou pour obtenir un lien avec les fonctions L p-adiques.

PIERRE CHAROLLOIS, Institut Math. Jussieu

CHRISTOPHE CORNUT, CNRS, Institut de Mathematiques de Jussieu
An Euler System for automorphic symplectic motives?

Let K be a CM field with totally real subfield F. Let M be a motive over F with coefficient in a number field C. Suppose that M is symplectic and pure of weight -1.

In some cases, the Bloch–Kato conjectures and global sign considerations suggest that there should exist an Euler System for M over K. Under some further assumptions (automorphicity and behavior of M at the archimedean places), conjectures of Langlands, Vogan, Arthur and local sign considerations suggest the construction of (a candidate for) such an Euler system. For $M = h^1(E)(1)$ with E an elliptic curve over $F = Q$, the whole process yields just the classical Euler system of Heegner points.

CHANTAL DAVID, Concordia University
On the distribution of Frobenius Rings of Elliptic Curves

Let E be an elliptic curve over Q. For each prime p of good reduction, E reduces to a curve over F_p, the Frobenius endormorphism of E/F_p satisfies $x^2 - a_p(E)x + p$, and the Frobenius ring $Z[\sqrt{a_p^2 - 4p}]$ is a subring of the endomorphism ring $\mathrm{End}(E/F_p)$. It is then natural to ask whether the Frobenius ring is the full endomorphism ring, or whether the Frobenius ring is the maximal order in $Q[\sqrt{a_p^2 - 4p}]$.

The second question is a refinement of the first one, and seems to be more difficult. For example, it is not known that there exists infinitely many such primes. For CM curves, the Frobenius ring is the maximal order in $Q[\sqrt{a_p^2 - 4p}]$ if and only if p lies in a quadratic progression.

We will show in this talk that on average, the correct asymptotic holds for the number of primes p such that $a_p^2 - 4p$ is square-free (and then the Frobenius ring is the maximal order). We can also restrict $a_p^2 - 4p$ to an arithmetic progression.

This is joint work with Jorge Jimenez Urroz (UPC, Barcelona).

WENTANG KUO, University of Waterloo, 200 University Ave., West, Waterloo, Ontario
On a generalization of Artin's conjecture

For a given non-zero integer a other than 1, -1, or a perfect square, Artin's primitive root conjecture is about the density of primes p for which a is a primitive root of $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$. Li and Pomerance formulated and proved an analogue of this conjecture to composite moduli. In this talk, we will prove a Carlitz module analogue of Li and Pomerance's results.

This is a joint work with E. Eisenstein, A. Felix, L. Jain, X. Li, and Y.-R. Liu.

YU-RU LIU, University of Waterloo, Waterloo, Ontario
Vinogradov's mean value theorem in function fields

Let $\mathbb{F}_q[t]$ be the ring of polynomials over the finite field $\mathbb{F}_q$. In this talk, we will discuss a generalization of Vinogradov's mean value theorem in $\mathbb{F}_q[t]$. We will apply our result to obtain an upper bound for $\tilde{G}_q(k)$, which is the least integer s such that for every polynomial in $\mathbb{F}_q[t]$ of sufficiently large degree, the expected asymptotic formula in Waring's problem holds.

This is a joint work with Trevor Wooley.

ADRIANO MARMORA, Université Louis Pasteur (Strasbourg I)
Stationary phase and p-adic microdifferentials of level zero / Phase stationnaire et microdifferentielles p-adiques de niveau zéro

I will present a work in progress aiming to develop a theory of microlocalisation for Berthelot's arithmetic D-modules over a curve.

Je présenterai les progrès récents d'un travail en cours visant à une théorie de la microlocalisation pour les D-module arithmétiques de Berthelot sur une courbe.

DAVID McKINNON, University of Waterloo
K3 surfaces: Rational points, rational curves, and where to find them

In 1981, Fedor Bogomolov conjectured that every rational point on a K3 surface lies on a rational curve on that surface. While this conjecture is still an open problem, it is widely believed to be false. In this talk, I'll describe the conjecture, give some background, and describe one idea of how to disprove the conjecture.

KUMAR MURTY, Toronto

RACHEL OLLIVIER, ENS, 45 rue d'Ulm, 75005 Paris, France
Représentations modulo p du groupe p-adique $\mathrm{GL}_2(F)$

Nous considérons le groupe linéaire général p-adique $\mathrm{GL}_2(F)$ et nous intéressons à ses représentations lisses à cœfficients dans un corps de caractéristique p. Nous montrons que l'une d'entre elles, le *pro-p-module universel*, est isomorphe à l'homologie du système de cœfficients sur l'arbre de Bruhat–Tits qui lui est naturellement associé.

Grâce à cette propriété nous explorons les représentations de $\mathrm{GL}_2(F)$ selon la nature du corps p-adique F.

Nous évoquons les questions soulevées par le cas de GL_3 et les résultats obtenus (travail en commun avec V. Sécherre).

MARUSIA REBOLLEDO, Blaise Pascal, Cermont-Ferrand II

VINAYAK VATSAL, UBC

OLIVIER WITTENBERG, CNRS, Université Louis Pasteur, Strasbourg
Autour de l'obstruction élémentaire pour les variétés non rationnelles

L'obstruction dite "élémentaire" fut introduite par Colliot–Thélène et Sansuc dans les années 1980 afin d'étudier les points rationnels des variétés rationnelles. Dans cet exposé je présenterai quelques résultats récents concernant l'obstruction élémentaire pour des variétés arbitraires, sur les corps de nombres, sur les corps p-adiques et sur les corps de dimension 1. Je donnerai un exemple montrant que l'évanouissement de l'obstruction élémentaire n'est pas en toute généralité une condition stable par extension transcendante des scalaires. Cet exemple provient de liens entre l'obstruction élémentaire et la conjecture de section birationnelle de Grothendieck sur les courbes hyperboliques.