Algebraic Combinatorics
Combinatoire algébrique
(Org: **Christophe Hohlweg** and/et **Franco Saliola** (UQAM))

JEAN-CHRISTOPHE AVAL, Université Bordeaux 1
Enumération de matrices à signes alternants invariantes par quart-de-tour de taille paire

Les matrices à signes alternants (MSA) invariantes par quart-de-tour ont été étudiées en premier lieu par Robbins qui donna une formule conjecturale pour le nombre de telles matrices de taille $4n$, $4n-1$ et $4n+1$. La formule pour $4n$ a été établie par Kuperberg en utilisant la méthode qui lui avait permis de donner la deuxième preuve (après Zeilberger) du nombre de MSA, à savoir l'étude de la fonction de partition d'un modèle de glace carrée dont les états sont en bijection avec les MSA. En utilisant la même méthode, Razumov et Stroganov ont prouvé les formules de Robbins pour les tailles impaires $4n-1$ et $4n+1$. Il n'existe pas de MSA invariantes par quart-de-tour de taille $4n+2$. Mais en relâchant légèrement la condition de symétrie au centre, on peut définir les MSA quasi-invariantes par quart-de-tour de taille $4n+2$. En utilisant un modèle de glace carrée adapté, nous prouvons que leur nombre est

$$A_{QT}(4n+2) = A(n)A(n+1)A_{HT}(2n+1)$$

où $A(n)$ est le nombre de MSA de taille n, et $A_{HT}(2n+1)$ le nombre de MSA invariantes par demi-tour de taille $2n+1$.

Travail en commun avec Philippe Duchon.

ROLAND BERGER, Université de Saint-Etienne, Faculté des Sciences, 23 rue P. Michelon, 42023 Saint-Etienne Cedex 2, France
Combinatoire des algèbres N-Koszul

L'exposé porte sur de nouveaux liens entre la combinatoire et les algèbres N-Koszul : d'une part une vaste généralisation du MacMahon Master Theorem (MMT) due à Phung Ho Hai, Benoit Kriegk et Martin Lorenz (J. Noncommut. Geom., 2008) et d'autre part la détermination des algèbres monomiales à une relation qui sont N-Koszul (RB: *Gerasimov's theorem and N-Koszul algebras,* arXiv:0801.3383).

La généralisation du MMT repose sur une combinatoire des séries de Hilbert pour les comodules (de dimension finie comme espaces vectoriels) sur la bigèbre de Manin associée à toute (super)algèbre N-Koszul. Pour $N > 2$, une application combinatoire explicite est donnée, incluant celle déjà connue de Etingof et Pak.

Les algèbres N-Koszul à une relation monomiale sont déterminées explicitement, avec à chaque fois le calcul des dimensions globales et de Gelfand–Kirillov. Une description analogue pour plus de relations monomiales n'est pas connue, mais une conjecture est formulée dans ce cas, montrant que la dualité de Koszul est drastiquement différente dans la situation non quadratique $N > 2$.

FRANÇOIS BERGERON, Lacim, UQAM
Un nouveau S_n-module de polynômes harmoniques

Un des opérateur important pour l'étude des polynômes de Macdonald est l'opérateur ∇ (nabla). Il permet entre autre d'exprimer sous la forme $\nabla(e_n)$, la transformée de Frobenius bigraduée du charactère de l'espace des polynômes harmoniques diagonaux.

Plusieurs conjectures demeurent ouvertes concernant cet opérateur. L'une des plus mystérieuses concerne la Schur-positivité de l'image par nabla des fonctions de Schur (à un signe global près). Nous présentons un nouveau S_n-module qui permet d'expliquer une famille de ces images comme transformées de Frobenius bigraduées. Leur Schur-positivité en découle donc immédiatement.

NANTEL BERGERON, York University, Ontario
Space of diagonal harmonics at level k

In the talk of F. Descouens, we have conjectured that Nabla applied to certain k-Schur gives a filtration of the diagonal harmonic character. We will now present our operator conjecture related to this filtration. There is a lot of result supporting these conjectures.

JEAN BERSTEL, Université Paris-Est, F77454 Marne-la-Vallée, France
On the complexity of Hopcroft's automaton minimization algorithm

An algorithm for minimization of deterministic finite state automata that runs in time $O(n \log n)$ on automata with n states was given by John Hopcroft in 1971. It is, up to now, the most efficient algorithm known in the general case.

We address here the problem of showing that the running time $O(n \log n)$ for Hopcroft algorithms is tight. This was proved to hold for special executions of the algorithm on the binary de Bruijn words by Berstel and Carton, and for Fibonacci words by Castiglioni, Restivo and Sciortino. We proved that this behavior pertains for Sturmian words with eventually periodic directive sequence. The talk will present an overview of this and related work.

Joint work with Luc Boasson and Olivier Carton.

VALÉRIE BERTHÉ, LIRMM, Univ. Montpellier II, 161 rue Ada, F-34392 Montpellier, France
Purely periodic beta-expansions

It is well known that real numbers with a purely periodic decimal expansion are rationals having, when reduced, a denominator coprime with 10. We extend here this result to beta-expansions with a Pisot base beta which is not necessarily a unit. Beta-numeration generalises usual binary and decimal numeration: taking any real number $\beta > 1$, it consists in expanding numbers $x \in [0,1]$ as power series in base β^{-1} with digits in $\mathcal{D} = \{0, \dots, \lceil \beta \rceil - 1\}$. We characterize real numbers having a purely periodic expansion in such a base in terms of an explicit set, called a central tile, which is shown to be a graph-directed self-affine compact subset of non-zero measure which belongs to the direct product of Euclidean and p-adic spaces. We focus furthermore on the gamma function $\gamma(\beta)$ defined as the supremum of the set of elements v in $[0,1]$ such that every positive rational number p/q, with $p/q \leq v$ and q coprime with the norm of β, has a purely periodic β-expansion. We will also survey the connections between geometric representations of beta-shifts as central tiles, and finite-to-one covers of hyperbolic toral automorphisms, such as discussed, *e.g.*, by Vershik, Sidorov or Schmidt by considering the group of fundamental homoclinic points in the Pisot case.

This work is a joint work with S. Akiyama, G. Barat and A. Siegel.

JAMES CURRIE, University of Winnipeg, Winnipeg, Manitoba, Canada R3B 2E9
Abelian 2-Avoidable Binary Patterns

The study of *pattern avoidance* is an area of combinatorics on words with a very natural motivation in algebra. After outlining results concerning ordinary and abelian avoidance of patterns, repetitions and powers, I will give a proof that long binary patterns are 2-avoidable in the Abelian sense.

FRANÇOIS DESCOUENS, Fields Institute, 222 College St., Toronto, ON, Canada M5T 3J1
Généralisation des (q,t)-nombres de Catalan

Nous definissons des généralisations des (q,t)-nombres de Catalan en appliquant l'opérateur Nabla à des k-fonctions de Schur particulières. Nous donnons une interpretation combinatoire de ces nouveaux polynômes en termes de chemins de Dyck. On donne également une interprétation algébrique conjecturale en définissant de nouvelles filtrations de l'espace des harmoniques diagonaux.

CHRISTIAN KASSEL, CNRS – Université Louis Pasteur de Strasbourg
The free group F_2, the braid group B_3, and palindromes

We define a self-map $\mathrm{Pal}\colon F_2 \to F_2$ of the free group on two generators a, b, using automorphisms of F_2 that form a group isomorphic to the braid group B_3. The map Pal restricts to de Luca's right iterated palindromic closure on the submonoid generated by a, b, and is continuous for the profinite topology on F_2. The values of Pal are palindromes and coincide with the elements g of F_2 such that abg is conjugate to bag.

Joint work with Christophe Reutenauer.

JEAN-LOUIS LODAY, IRMA, CNRS, 7 rue Descartes, Strasbourg, France
Diagonale géométrique de l'associaèdre et produit tensoriel de A-infini algèbres

On construit une diagonale géométrique pour l'associaèdre, grace à une formule simple utilisant l'ordre de Tamari sur les arbres binaires planaires. En conséquence on munit l'opérade A-infini d'une comultiplication. Le meme genre de formule permet de montrer que l'opérade A-infini admet une structure de A-infini cogèbre pour le produit de Hadamard.

FRÉDÉRIC PATRAS, CNRS et Université de Nice, Mathématiques, Parc Valrose, 06108 Nice cedex 2, France
Idempotents de Lie et renormalisation en pQFT

L'approche développée par Connes et Kreimer en théorie quantique des champs perturbative (pQFT) a suscité un intérêt considérable. L'étude de la structure combinatoire des algèbres de Hopf d'arbres et de graphes a conduit ainsi à des résultats surprenants (comme ceux obtenus par L. Foissy sur l'algèbre de Malvenuto–Reutenauer). On s'intéressera ici à un autre aspect de la théorie, à savoir la possibilité d'utiliser les idempotents de Lie classiques (Dynkin, Zassenhaus) pour comprendre certaines propriétés fines des procédés de renormalisation (de la récursion de Bogoliubov aux phénomènes de localité).

Conférence basée sur des travaux en commun avec K. Ebrahimi-Fard, J. Gracia-Bondià et D. Manchon.

KEVIN PURBHOO, University of Waterloo, Waterloo, ON, N2L 3G1
Jeu de taquin and Schubert intersections

I will discuss a monodromy problem in Schubert calculus whose solution is naturally combinatorially described by jeu de taquin. This is work in progress.

CHRISTOPHE REUTENAUER, UQAM

RALF SCHIFFLER, University of Massachusetts Amherst
Positivité dans les algèbres amassées associées aux surfaces

Les algèbres amassées (cluster algebras) sont des algèbres commutatives munies d'un ensemble de générateurs distingués. Ces générateurs sont regroupés en sous-ensembles de meme cardinalité, les amas.

Une classe importante d'algèbres amassées est définit en utilisant des triangulations des surfaces avec bords. Le cas le plus simple est celui des algèbres amassées de type A qui correspond aux polygones triangulés, mais toute surface avec bord donne lieu à une algèbre amassée.

Dans cet exposé, je vais présenter des formules de développement dans ces algèbres en utilisant certains chemins sur la triangulation de la surface. En particulier, ces formules démontrent une conjecture de Fomin et Zelevinsky sur la positivité des coefficients dans ces developpement.

HUGH THOMAS, University of New Brunswick
Groupes d'Artin et représentations des carquois

David Bessis a donné une présentation "dualle" des groupes d'Artin de type fini, avec un générateur pour chaque réflection dans le groupe de Coxeter associé. Je vais discuter comment on peut exprimer cette présentation et prouver qu'elle présente le groupe d'Artin, dans le cas des types finis crystallographiques. La démonstration se fait sans référence au classification des groupes de Coxeter, utilisant la théorie des représentations des carquois et, en particulier, les suites exceptionnelles.

LAURENT VUILLON, LAMA, Chambéry