JEAN-CHRISTOPHE AVAL, Université Bordeaux 1
Enumération de matrices à signes alternants invariantes par quart-de-tour de taille paire

Les matrices à signes alternants (MSA) invariantes par quart-de-tour ont été étudiées en premier lieu par Robbins qui donna une formule conjecturale pour le nombre de telles matrices de taille $4n$, $4n-1$ et $4n+1$. La formule pour $4n$ a été établie par Kuperberg en utilisant la méthode qui lui avait permis de donner la deuxième preuve (après Zeilberger) du nombre de MSA, à savoir l'étude de la fonction de partition d'un modèle de glace carrée dont les états sont en bijection avec les MSA. En utilisant la même méthode, Razumov et Stroganov ont prouvé les formules de Robbins pour les tailles impaires $4n-1$ et $4n+1$. Il n'existe pas de MSA invariantes par quart-de-tour de taille $4n+2$. Mais en relâchant légèrement la condition de symétrie au centre, on peut définir les MSA quasi-invariantes par quart-de-tour de taille $4n+2$. En utilisant un modèle de glace carrée adapté, nous prouvons que leur nombre est

$$A_{QT}(4n+2) = A(n)A(n+1)A_{HT}(2n+1)$$

où $A(n)$ est le nombre de MSA de taille n, et $A_{HT}(2n+1)$ le nombre de MSA invariantes par demi-tour de taille $2n+1$.

Travail en commun avec Philippe Duchon.