PAUL VOUTIER, London

Quasi-carrés dans les suite récurrentes binaires (Near-squares in binary recurrence sequences)

avec Nikos Tzanakis (with Nikos Tzanakis)

Nous disons qu'un entier est *quasi-carré* s'il est le produit d'un nombre premier et un carré. Mignotte et Pethő (1993) ont prouvé que, pour tout entiér $a > 3$, il n'y a aucun élément qui soit un carré, deux fois un carré ou trois fois un carré dans la suite définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ et $u_{n+2} = au_{n+1} - u_n$ pour $n \geq 0$, dès que $n > 4$.

Nos travaux suggèrent un énoncé plus fort. Pour $n > 7$, il semble qu'il n'y ait aucun élément de cette suite qui soit un quasi-carré.

Pour la relation de récurrence plus générale $u_{n+2} = au_{n+1} - b^2u_n$ avec $a > b^2$, la même chose semble s'appliquer dès que $n > 13$.

Nous expliquons pourquoi cela semble être le cas. Nous présentons les résultats partiels que nous avons obtenus dans cette direction.

We say an integer is a *near-square* if it is a prime times a square. Mignotte and Pethő (1993) proved that, for all integers $a > 3$, there are no elements that are squares, two times squares or three times squares in the sequence defined by $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ and $u_{n+2} = au_{n+1} - u_n$ for $n \geq 0$, once $n > 6$.

Our investigations suggest that something stronger is happening. For $n > 7$, it appears that there are no elements in this sequence that are near squares.

Generalising the recurrence relation to $u_{n+2} = au_{n+1} - b^2u_n$ with $a > b^2$, then the same appears to hold once $n > 13$.

We explain why this appears to be the case and give our partial results in this direction.