

---

**CHANTAL LABBE**, HEC Montréal

*A simple discretization scheme for nonnegative diffusion processes, with applications in option pricing*

The Cox–Ingersoll–Ross (CIR) process is broadly used in financial engineering, mostly since it assumes nonnegative values. Applying a standard Euler discretization scheme for simulations is problematic, as nothing prevents the simulated values to be negative. Several fixes are found in the literature, most involving the normal distribution. We propose a scheme producing nonnegative discrete approximations for nonnegative diffusions (e.g. CIR), in which nonnegativity is secured by sampling from a nonnegative distribution. We use the martingale problem to establish convergence of the approximating processes to the target diffusion. The proposed scheme is suitable for several applications in pricing derivative securities.

L'usage du processus de Cox–Ingersoll–Ross (CIR) est répandu en ingénierie financière, principalement parce qu'il est à valeurs non-négatives. L'utilisation d'un schéma de discrétisation standard de Euler pour le simuler est problématique, puisque rien n'empêche alors les valeurs simulées d'être négatives. Nous proposons un schéma produisant, pour des diffusions non-négatives (telles le CIR), des processus d'approximation discrets non-négatifs, la non-négativité de ces derniers résultant de l'emploi d'une distribution à valeurs non-négatives, plutôt que la loi normale sur laquelle repose la plupart des schémas présentés dans la littérature. Nous utilisons le problème de martingale pour établir la convergence des processus d'approximation vers la diffusion visée. Le schéma proposé est approprié pour la tarification de plusieurs produits dérivés.