FRÉDÉRIC HECHT, UPMC Univ. Paris 06, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France
Some mesh adaptation schemes for solving PDE with high order finite element method

Aujourd'hui il existe des générateurs de maillage triangulaire ($d = 2$) ou tétraédrique ($d = 3$) qui utilisent des métriques pour prescrire les tailles de maille. Ces métriques $\mathcal{M}$ sont données comme des champs de matrice symétrique définie positive en tout point de l'espace. Ces champs dans le cas d'une interpolation élément fini P_1 Lagrange, ces métriques dérivent directement du Hessien de la solution à approcher.

L'idée pour généraliser cette construction est de définir une représentation infinitésimale de l'erreur d'une fonction u donnée. Pour une approximation d'ordre $k+1$ (polynôme de dégre k), nous utiliserons simplement le reste de la formule de Taylor à l'ordre $k+1$, c'est à dire la dérivée $D^{k+1}u$ (une forme $k+1$ linéaire) à l'ordre $k+1$ en négligant les termes d'ordre supérieur. Alors nous construirons une métrique telle que:

$$\frac{1}{(k+1)!}|D^{k+1}u(\xi,\ldots,\xi)| \leq (\xi,\mathcal{M}\xi), \qquad \forall \xi \in \mathbb{R}^d, \|\xi\| = 1.$$

Nous proposerons des schémas numériques pour construire des métriques respectant cette inégalité. Puis nous expliquerons comment construire des champs de métrique quasi-optimaux asymptotiquement, pour construire un maillage

- avec un nombre de maille minimal pour une erreur donnée,
- avec un nombre de maille donné qui minimise l'erreur;

où l'erreur est l'erreur d'interpolation en norme L^p ou $W^{1,p}$.

Pour finir, nous présenterons le logiciel FreeFem++ pour illustrer ces propos.