PROBLÈMES DE JUILLET

Veuillez envoyer vos solutions à
Dr. Valeria Pandelieva
641 Kirkwood Avenue
Ottawa, ON K1Z 5X5
au plus tard le **31 août 2001** et au plus tôt le *15 août 2001*.

Note. Une erreur s'est glissée dans l'énoncé du problème 77. Nous offrons nos excuses aux étudiants qui ont essayé de le résoudre et n'y sont pas parvenu à cause de cette erreur. Une version corrigée est donnée ci-bas; vous pouvez envoyer vos solutions au Dr. Pandelieva. Quelques personnes ont trouvé l'erreur et ont donné une solution du problème tel qu'il aurait du être formulé. Ces personnes n'ont rien besoin d'envoyer de plus sur ce problème. (Si l'énoncé d'un problème vous semble suspect, vous pouvez noter ce qui vous semble être l'erreur, puis rédiger une formulation *non triviale* du problème et le résoudre.) (*E. Barbeau*)

77. On choisit n points dans l'intérieur ou sur la circonférence d'un hexagone régulier dont les cotés ont longueur 1, de sorte que les segments reliant ces points ont tous une longueur d'au moins $\sqrt{2}$. Quelle est la plus grande valeur de n pour laquelle ceci est possible?

91. Un carré et un pentagone régulier sont inscrits dans un cercle. Les neuf sommets sont distincts et divisent la circonférence en neuf arcs. Démontrez qu'au moins un d'entre eux ne dépasse pas un quarantième de la circonférence du cercle.

92. On considère la suite 200125, 2000125, 20000125, $\cdots$, $200\cdots00125$, $\cdots$, où le n-ième terme a $n+1$ zéros entre le 2 et le 125. Est-ce qu'un membre de cette suite peut-être le carré ou le cube d'un entier?

93. Démontrez les inégalités suivantes pour tout entier n:

$$2^{(n-1)/(2^{n-2})} \leq \sqrt{2}\sqrt[4]{4}\sqrt[8]{8}\cdots\sqrt[2^n]{2^n} < 4 \ .$$

94. Démontrez que dans un triangle rectangle dont toutes les longueurs de cotés (incluant l'hypoténuse) sont des entiers, l'aire s (mesurée en unités carrées) et le demi-périmètre p sont des nombres entiers, et s est un multiple de p.

95. Soit ABC, un triangle isocèle dont les cotés AC et BC sont égaux et $\angle ABC = \angle BAC = 40°$. On place à l'intérieur un point M tel que $\angle MAB = 10°$ et $\angle MBA = 20°$. Quelle est la mesure de $\angle CMB$?

96. Trouvez tous les nombres premiers p pour lesquels les nombres p^2-2, $2p^2-1$ et $3p^2+4$ sont tous aussi premiers.